

# UČENJE RJEŠAVANJEM PROBLEMA U NASTAVI MATEMATIKE

dr. Ruža Tomić<sup>1</sup>  
Marija Karačić, mag<sup>2</sup>

## **Sažetak**

*U radu su predstavljene rezultati ispitivanja stavova učenika o učenju rješavanjem problema u nastavi matematike u osnovnoj školi. Cilj istraživanja bio je utvrditi koliko je u školi zastupljeno učenje rješavanjem problema, u čemu učenici vide prednost, u čemu ograničenja i što predlažu u cilju unapređenja učenja u osnovnoj školi. Korištena je metoda teorijske analize i survey istraživačka metoda, a od instrumenata anketni upitnik, konstruiran za potrebe istraživanja. Uzorak ispitanika sačinjavalo je 220 učenika sedmih razreda devetogodišnje škole sa područja zeničko-dobojskog kantona. Rezultati istraživanja pokazuju da su stavovi učenika pozitivni i da se predlaže ovaj sistem učenja.*

**Ključne riječi:** Stavovi , učenici, učenje rješavanje problema, matematika, osnovna škola

## UVOD

Kvalitetna, suvremena škola, zahtijeva da i nastava u njoj ima istraživački karakter. Njezina dužnost je da učenike osposobi da samostalno uče, za samoučenje, samoobrazovanje, odnosno za permanentno obrazovanje. Današnji život je pun problema koje treba brzo rješavati. Pošto učenje rješavanjem problema u nastavi potiče razvoj stvaralačkog i kritičkog mišljenja kod učenika ono je neophodno i sadašnjoj i budućoj školi kao jedan od najefikasnijih sustava učenja. Učenje rješavanjem problema razvija kritičnost, kreativnost i fleksibilnost, kooperativnost, samostalnost i ustrajnost a potiče i „ razvoj matematičkih vrlina - racionalnosti, zaključivanja i poopćavanja ” (Kadum, 2; 5).

Zbog nagomilanosti znanstvenih činjenica, prisutan je nesklad između "stalnog rasta generacijskog iskustva što ga treba usvojiti u nastavi i vremena predviđenog za njegovo usvajanje" (Duraković, 1; 11).

Škola našega vremena mora tražiti načina da se nastava i učenje racionaliziraju. „Problemska nastava omogućava da se nastavnik osloni na dječje interese, jača je motivacija, fleksibilnija je, neformalni socijalni kontakti su dopušteni, stalna je povratna informacija, itd" (Terhart, 7; 165). Trebala bi doprinijeti otklanjanju slabosti tradicionalne nastave.

Pošto su ishodi učenja rješavanja problema izuzetno kvalitetni po pojedinca, ali i društva u cjelini, treba ga češće primjenjivati. U životu, kao i u školi, puno je problema koje treba riješiti. „Cilj ovog razmišljanja i rada je rješavanje problema“ (Smolec, 5; 25).

---

<sup>1</sup> Sveučilište Hercegovina, Fakultet društvenih znanosti dr. Milenka Brkića, Bijakovici, Bosna i Hercegovina, e-mail: marijakaracic@hotmail.com

<sup>2</sup> Sveučilište Hercegovina, Fakultet društvenih znanosti dr. Milenka Brkića, Bijakovici, Bosna i Hercegovina, e-mail: marijakaracic@hotmail.com

## KARAKTERISTIKE UČENJA RJEŠAVANJEM PROBLEMA

Škola ima zadatak da učenici shvate nastavni sadržaj toliko da znanja mogu samostalno primjenjivati u potpuno novim okolnostima. „Na taj način se najviše razvija njihovo stvaralačko mišljenje, što je glavni cilj problemske nastave“ (Tomić i Osmić, 8; 329).

Većina autora se slaže da je rješavanje problema stvaralačka aktivnost gdje se u susretu sa posebnim zahtjevima traži pronalaženje novih rješenja. Rješavanje problema smatra se jednim od najviših oblika učenja. Učenici učeći putem rješenja problema stječu znanja na kreativan način i kritički procjenjuju date činjenice. Nosilac aktivnosti je učenik i aktivnosti u okviru rješavanju problema odvijaju se u okviru trijade- problemska situacija, aktivnost učenika i situacija cilja. Didaktičke vrijednosti problemske nastave su brojne. Navesti ćemo mišljenja nekih autora o njezinim prednostima.

Problemska nastava:

- povećava efikasnost odgojno-obrazovnog rada,
- ubrzan je razvoj mentalnih sposobnosti i psihičkih funkcija
- osigurava aktivno učenje
- razvijaju se sposobnosti apstraktnog mišljenja najviše intelektualne funkcije razvija se samostalnost i psihičke sposobnosti učenika
- intenzivira se nastava
- upoznaju se učenici sa različitim tehnikama i metodama efikasnog učenja
- učenici se aktivno uključuju u proces učenja
- pojačana je motivacija
- uspješno se razvijaju misaone operacije analiza, sinteza, apstrakcija, generalizacija, indukcija, dedukcija i dr.
- omogućeno je stvaralaštvo učenika
- trajnost znanja je poboljšana
- njegovanje ustrajnosti i upornosti
- osposobljavanje učenika za samostalni rad
- njegovanje originalnosti i osjetljivosti za probleme
- njegovanje kritičnosti, fleksibilnosti i kreativnosti
- intenzifikacija misaone aktivnosti
- razvijanje sposobnosti uviđanja bitnih veza i odnosa
- korištenje različitih izvora za stjecanje znanja
- povećava primjenjivost stečenih znanja i iznos transfera
- jačanje samopouzdanja i vlastite snage (Stevanović, 6; 183-184).

Učeći putem rješavanja problema učenici su subjekti odgojno – obrazovnog procesa, jer sami određuju cilj učenja, učestvuju u određivanju sadržaja učenja, samostalno biraju postupke, oblike i metode učenja i aktivno stvaralački i prirodno uključuju svoje intelektualne, misaone i psihičke sposobnosti u procesu učenja.

„Pored ulaženja u suštinu, bitno je stvaranje navika kritičkog i stvaralačkog mišljenja u nastavi putem problema ( Ničković, 3; 64). (...) Veza između apstraktnog mišljenja i ovladavanja naučnim metodama mišljenja s jedne i rješavanja problema s druge strane, vidimo u tome što je rješavanje problema u suštini funkcija mišljenja njegove manifestacije " (Ibidem, 16) .

## ULOGA UČENIKA I NASTAVNIKA U PROBLEMSKOJ NASTAVI

Veliki je broj razloga koji govore u prilog češće primjene problemske nastave u suvremenoj školi. Problemsku nastavu možemo primjenjivati u svim nastavnim predmetima i u radu s svim dobnim skupinama odgojenika. Efikasnost primjene ovog nastavnog sustava posebno dolazi do izražaja u predmetima prirodnih znanosti, matematike, moje okoline, fizike, kemije, biologije, ali i društvenim znanostima. Da bi primjena učenja rješavanjem problema rezultirala pozitivnim ishodima, nastavnik treba voditi računa o: dobi učenika, stupnju psihičkog razvoja svakog pojedinca, emocionalnom

stanju, motivaciji, nivou i obimu informacija, stupnju osjetljivosti za uviđanje problema, načinu stjecanja znanja i opredijeljenosti nastavnika da radi s učenicima putem rješavanja problema. Da bi ga koristio, profesor treba biti dobro stručno i metodički osposobljen, učenike treba savjetovati pri izboru izvora znanja, uputiti ih u potrebne teorijske činjenice i voditi završnu raspravu o rezultatima samostalnog rada učenika, koje dobiju.

Metodička pravila prema Ramolju (1963) za rješavanje problemskih zadataka su:

- da se ne žuri dok se rješavaju problemski zadaci,
- razjasniti sve nejasnoće prije rješavanja kako bi došli do pravilnog rješenja,
- važno je sačuvati gipkost i elastičnost mišljenja tokom rješavanja problema,
- neprikladno ili nepravilno ne prenositi način rješavanja jednog problemskog zadatka na drug,
- da bi se riješili problemski zadaci neophodno je znanje i
- uvijek treba znati da se rješavanje problemskog zadatka može slučajno naći.

U problemskoj nastavi učitelj organizira misaonu aktivnost učenika, budi interes kod učenika stvaranjem problemske situacije vodeći računa o predznanju i sposobnosti učenika.

- „Učitelj jasno i precizno postavlja problemski zadatak učenicima i stvara situaciju u kojoj se traži od učenika da sami shvate i formiraju problem koji se u toj situaciji nalazi.
- Učitelj stvara situaciju s više ili manje naznačenim problemima koji tokom analize treba učenika dovesti do novog problemskog zadatka koji je on predvidio.
- Učitelj stvara situaciju s više ili manje jasno naznačenim problemom koji tokom analize učenike dovodi do novog problemskog zadatka koji on nije u potpunosti predvidio " (Kadum, 2; 58-59).

U učenju rješavanjem problema nastavnik je organizator, motivator i programer nastavnog rada. Učenik je istraživač i kreator jer je njegova uloga subjektatska, istraživačka i aktivna. Zato ovaj sustav nastave treba češće koristiti pri učenju sadržaja matematike u suvremenoj školi.

## ISTRAŽIVANJE

Predmet našeg istraživanja je ispitati i utvrditi kakvi su stavovi učenika osnovne škole učenjem rješavanjem problema u nastavi matematike. Cilj istraživanja je ispitati i utvrditi da li su stavovi učenika o učenju rješavanjem problema u nastavi matematike pozitivni ili negativni.

Na osnovu predmeta i cilja istraživanja pred naše istraživanje smo postavili sljedeće zadatke:

- ispitati i utvrditi koliko profesori često primjenjuju u učenju sadržaja matematike učenje rješavanjem problema
- ispitati i utvrditi koje su prednosti učenja rješavanjem problema u nastavi matematike
- ispitati i utvrditi koji način učenja doprinosi boljem shvaćanju matematičkih sadržaja (učenje rješavanjem problema ili tradicionalni način rada
- ispitati i utvrditi koja su ograničenja u primjeni učenja rješavanjem problema u nastavi matematike
- ispitati stavove ispitanika o zastupljenosti učenja rješavanjem problema u učenju sadržaja ostalih nastavnih predmeta.

U istraživanju smo pošli od pretpostavke da su stavovi učenika o učenju putem rješavanja problema u nastavi matematike pozitivni. Iz glavne hipoteze proizlaze podhipoteze istraživanja:

- pretpostavlja se da profesori koriste učenje rješavanjem problema u nastavi matematike
- pretpostavlja se da su prednosti učenja putem rješavanja problema u nastavi matematike ogromne
- pretpostavlja se da učenje rješavanjem problema doprinosi lakšem i boljem shvatanju matematičkih sadržaja
- pretpostavlja se da je ovaj sustav učenja za nastavnike složeniji jer zahtijeva kompleksniju pripremu

- pretpostavlja se da su učenici stali da učenje rješavanjem problema, treba koristiti i tokom učenja, sadržaja ostalih nastavnih predmeta zbog njegovih prednosti, i da ga poneki nastavnici već koriste.

## METODE, TEHNIKE I INSTRUMENTI ISTRAŽIVANJA

U radu smo koristili metodu teorijske analize i survey istraživačku metodu, a od instrumenata anketni upitnik konstruiran za namjere ovog istraživanja. Uzorak ispitanika sačinjavalo je 220 učenika sedmih razreda osnovnih škola sa područja Zeničko-Dobojskog kantona.

Prvi zadatak našeg istraživanja bio je ispitati koliko često profesori i nastavnici matematike primjenjuju učenje rješavanjem problema u nastavi. Rezultati odgovora ispitanika predstavljeni su u tabeli 1 koja slijedi

Tablica 1. Učestalost primjene učenja rješavanjem problema u nastavi matematike

Varijable	Nikada	Rijetko	Ponekad	Često	Vrlo	N	M	S.D
Nastavnici u tvojoj školi često u nastavi matematike koriste učenje putem problema	11 5%	25 11,36%	15 6,82%	49 22,27%	120 54,54%	220	100% 4,1%	8,98

Izvor: Istraživanje autora, 2015.

Uvidom u rezultate predstavljene u tabeli 1 i njihovom analizom možemo uočiti da se većina ispitanika odnosno 54,54% izjasnila da nastavnici u nastavi matematike primjenjuju učenje rješavanjem problema vrlo često, dok se 22,27% ispitanika izjasnilo da ga često primjenjuju. Svega 5% ispitanika se izjasnilo da ga ne primjenjuju nikada.

Izračunati  $\chi^2$  iznosi 183,89. S obzirom da je očitana vrijednost  $\chi^2$  na 5 stupnjeva slobode i razini značajnosti 0,05 (11,070), a na razini značajnosti 0,01 (15,080), očito je da je dobiveni  $\chi^2$  znatno iznad očitanih vrijednosti.  $\chi^2$  na oba načina značajnosti, što nas upućuje na zaključak da su odgovori ispitanika statistički značajni, tj. da nastavnici često primjenjuju u nastavi matematičko učenje putem rješavanja problema, čime je naša prva podhipoteza potvrđena.

Drugi zadatak našega istraživanja bio je ispitati i utvrditi kakve su prednosti učenja putem rješavanja problema u nastavi matematike. Odgovori ispitanika na tvrdnje (2,3,4,5,6,7 i 8) koje se odnose na ovaj zadatak, predstavlja u tabeli 2 koja slijedi u nastavku.

Tablica 2. U čemu su prednosti učenja rješavanjem problema u nastavi matematike

Tvrdnje	Nikada	Rijetko	Ponekad	Često	Vrlo često	N	M	SD
2.Učenjem rješavanjem	3	7	15	72	125	220	4,43	

problema učenici su aktivniji	1,36	3,18	6,82	32,73	56,19	100%		9,79
3. Učenici su jače motivirani	5 2,27	7 3,18	21 9,54	74 33,64	113 51,36	220 100%	4,28	9,23
4. Učenici su kreativniji	12 5,46	17 7,73	23 10,45	41 18,64	117 53,18	220 100%	3,4	8,62
5. Učenje rješavanjem problema doprinosi boljoj emocionalnoj klimi	17 7,73	21 9,54	23 10,45	37 16,82	122 55,45	220 100%	4,03	8,92
6. Komunikacija je bolja	15 6,82	12 5,45	21 9,54	49 22,27	123 55,9	220 100%	4,15	9,13
7. Priprema učenike za cjeloživotno učenje	21 9,54	42 19,09	37 16,82	37 16,82	83 37,73	220 100%	3,39	7,33
8. Ono je način učenja za budućnost	12 5,45	21 9,54	39 17,73	49 22,27	99 45%	220 100%	3,92	8,06

Izvor: Istraživanje autora, 2015.

Uvidom u rezultate predstavljene u tablici 2, na varijablama koje se odnose na prednosti učenja rješavanjem problema u nastavi, možemo uočiti da su srednje vrijednosti odgovora u rasponu od  $M=4,43$  na tvrdnju 2 (učenici rješavanjem problema učenici su aktivniji), da  $M=3,39$  za tvrdnju 7 (učenje rješavanjem problema priprema učenike za cijelo životno učenje).

Visoke srednje vrijednosti odgovora su i za tvrdnje 3 (učenici su jači motivirani),  $M=4,28$ ; 6 (komunikacija je bolja),  $M=4,15$ , tvrdnja 5 (učenje rješavanjem problema doprinosi boljoj emocionalnoj klimi)  $M=4,03$ .

Dobiveni  $\chi^2$  na tvrdnju 8 (ono je način učenja za budućnost) iznosi 105,17. S obzirom da je znatno iznad vrijednosti  $\chi^2$  očitane na 5 stupnju slobode i obje razine značajnosti, možemo zaključiti da je statistički značajno. Učenje rješavanjem problema je u velikoj prednosti u odnosu na tradicionalno učenje.

Naš slijedeći zadatak odnosio se na ispitivanje da li se učenje rješavanjem problema doprinosi boljem shvaćanju naučenih sadržaja i njegovoj dužoj trajnosti. Rezultati odgovora na tvrdnje koje se odnose na ovaj zadatak dati su u tabeli 3 u nastavku.

Tablica 3. Da li učenje rješavanjem problema doprinosi boljem shvaćanju naučenih sadržaja i njegovoj dužoj trajnosti?

Tvrdnje	Nikada	Rijetko	Ponekad	Često	Vrlo često	N	M	SD
9. Učenjem rješavanjem problema doprinosi boljem shvaćanju matematičkih sadržaja	3 1,36	7 3,18	15 6,82	49 22,27	46 66,36	220 100%	4,49	10,44
10. Stečena znanja su	4	9	13	70	124	220	4,37	

trajjnija	1,81	4,09	5,9	31,82	56,36	100%		9,33

Izvor: Istraživanje autora, 2015.

Uvidom u rezultate predstavljene u tablici 3, možemo uočiti da su srednje vrijednosti odgovora iznadprosječne za tvrdnje koje se odnose za nas treći zadatak. Tako srednja vrijednost za tvrdnju 9 (učenje rješavanjem problema doprinosi boljem shvaćanju matematičkih sadržaja) iznosi  $M=4,49$ , dok srednja vrijednost odgovara za tvrdnju 10 (stečena znanja su trajnija) iznosi  $M=4,37$ .

Dobivene vrijednosti  $\chi^2$  za tvrdnju 9 iznosi 323,77 i znatno je iznad očitanih vrijednosti  $\chi^2$  na 5 stupnju slobode i oba nivoa značajnosti, što nas navodi na zaključak da su odgovori ispitanika statistički značajni. Ovim je potvrđena naša treća pretpostavka da učenici bolje shvaćaju matematičke sadržaje učeći rješavanjem problema i da su im znanja trajnija.

Naš četvrti zadatak odnosi se na ispitivanje teškoća i ograničenja tokom primjene učenja putem rješavanja problema u nastavi matematike.

Tvrdnje koje se odnose za ovaj zadatak su: 11( teže se nastavnicima pripremiti za ove časove) 12 ( učenici nisu dobro upućeni u ovaj način učenja) i 13 ( za one koji vole matematiku, svejedno je kako uče), a rezultati odgovora su predstavljeni u tabeli 4 koja slijedi.

Tablica 4. Teškoće u primjeni učenja rješavanjem problema.

Tvrdnje	Nikada	Rijetko	Ponekad	Često	Vrlo često	N	M	SD
11. Nastavnicima je teže se pripremiti za ove časove	23 10,45	18 8,18	19 8,64	125 56,81	35 15,9	220 100%	3,59	9,06
12. Učenici nisu dobro upućeni u ovaj način učenja	29 13,18	39 17,73	27 12,27	35 15,9	90 40,9	220 100%	3,54	7,51
13. Za one koji vole matematiku svejedno je kako je uče	37 16,82	29 13,18	35 15,9	39 17,73	80 36,36	220 100%	3,43	7,18

Izvor: Istraživanje autora, 2015.

Većina ispitanika se izjasnila da se nastavnicima često teže pripremiti za ovaj način rada. Izjasnilo se 56,81% ispitanika, a da im se uvijek teško pripremiti smatra 15,9% ispitanika. Blizu 57% ih smatra da učenici nisu često ili vrlo često upućeni u ovaj način učenja.

Izračunati  $\chi^2$  za tvrdnju 12 ( nastavnicima se teže pripremiti za ove časove) iznosi 190,53 . S obzirom da je znatno iznad oba nivoa značajnosti na 5 stupnjeva slobode , možemo zaključiti da je statistički značajan.

Ispitanici su stava da ovaj način učenja zahtijeva složeniju pripremu nastavnika i da učenici nisu dovoljno educirani da uče na ovaj način. Posljednji zadatak odnosio se na ispitivanje mišljenja učenika

o učenju rješavanjem problema sadržaja ostalih nastavnih predmeta. Rezultati odgovora ispitanika predstavljani su u tablici 5.

Uvidom u rezultate predstavljene u tablici 4 i njihovom analizom možemo uočiti da su srednje vrijednosti odgovora za tvrdnje koje se odnose na četvrti zadatak u rasponu od  $M=3,59$  na varijabli 11 (nastavnicima se teže pripremiti za ove časove), da  $M=3,43$  za varijablu 13 (za učenike koji vole matematiku svejedno je kako je uče). Na varijabli 12 učenici nisu dovoljno upućeni u ovaj način učenja,  $M=3,54$

Tablica 5. Učenje rješavanjem problema pri učenju ostalih nastavnih predmeta

Tvrdnje	Nikada	Rijetko	Ponekad	Često	Vrlo često	N	M	SD
14. Učenje rješavanjem problema primjenjuje se pri učenju ostalih nastavnih predmeta	78 35,45	29 13,18	49 22,27	35 15,9	29 13,18	220 100%	2,58	7,19
15. Ovaj način učenja treba češće provesti na ostalim predmetima	7 3,18	47 21,36	21 9,54	79 35,9	66 30	220 100%	3,68	7,77

Izvor: Istraživanje autora, 2015.

Uvidom u rezultate i njihovom analizom, možemo uočiti da se mali broj ispitanika izjasnio da se učenje rješavanjem problema često ili veoma često primjenjuje pri učenju ostalih nastavnih predmeta, oko 29% ispitanika. Srednja vrijednost odgovora ( $M=2,58$ )

Da ovaj sustav učenja treba češće koristiti pri učenju sadržaja ostalih nastavnih predmeta, mišljenja je blizu 66% ispitanika. Srednja vrijednost odgovora iznosi ( $M=3,68$ )

Izračunata vrijednost  $\chi^2$  iznosi 80,33. S obzirom da je dobiveni  $\chi^2$  znatno iznad očitanih vrijednosti  $\chi^2$  testa na 5 stupnju slobode i oba nivoa značajnosti, možemo zaključiti da je statistički značajan. Ispitanici su stava da ovaj način učenja treba češće koristiti pri učenju sadržaja ostalih nastavnih predmeta, čime je naša pod hipoteza potvrđena.

## ZAKLJUČAK

Na temelju analiza rezultata našega istraživanja, došli smo do sljedećih zaključaka:

- Nastavnici u školama u kojima je vršeno istraživanje često primjenjuju učenje rješavanjem problema u nastavi matematike.
- Učenje putem rješavanja problema u nastavi matematike, ima ogromne prednosti u odnosu na tradicionalni način učenja : učenici su aktivniji, jače su motivirani, bolja je komunikacija i emocionalna i radna klima. Ovaj način učenja priprema učenike za cijeloživotno učenje i za život u budućem vremenu.
- Učenje rješavanjem problema u nastavi matematike doprinosi boljem shvaćanju matematičkih sadržaja, a i učenička znanja su trajnija.
- Ograničenja i teškoće u primjeni učenja rješavanjem problema u nastavi matematike su što zahtjeva složeniju pripremu nastavnika i bolju pripremu učenika za ovaj način rada.
- Ispitanici su stava da ovaj način učenja treba češće koristiti pri učenju sadržaja ostalih nastavnih predmeta. Na osnovu svega možemo zaključiti da su stavovi učenika o učenju putem

rješavanja problema u nastavi matematike pozitivni i da ga treba češće primjenjivati u ostalim školama u našoj zemlji i šire u nastavi matematike i ostalih nastavnih predmeta.

## LITERATURA

1. Duraković, M., (1985), *Razvijanje stvaralačkih sposobnosti u problemsko-kreativnoj Nastavi*, Pula; Istarska naklada.
2. Kadum, V., (2005), *Učenje rješavanjem problemskih zadataka u nastavi matematike*, Pula; Igsa Pula.
3. Ničković, R., (1968), *Učenje u nastavi i njegovi efekti*, Beograd: Mlado pokoljenje.
4. Ramulj, K., A., (1963), *Psihologija mišljenja i problem mišljenja, vaspitanja mišljenja.*; (prevod s ruskog).u Pedagoška stvarnost, Novi Sad.br.1.
5. Smolec, I., ( 2002), *Praksa i filozofija učenja*. Zagreb; Školske novine.
6. Stevanović, M., (1998), *Didaktika*, Tuzla: R&S.
7. Terhart, E., (2001), *Metode poučavanja i učenja*, Zagreb; Educa.
8. Tomić, R., Osmić, I., ( 2006), *Didaktika*, Tuzla; Ofset.

## **LEARNING BY PROBLEM SOLVING IN MATHEMATICS**

*This paper presents the results of a research on student learning by problem solving in mathematics in elementary school. The aim of this study was to determine how the class has been represented by problem solving in which students see the advantage and the limits . The methods used in the work are the theoretical analysis and survey research by the instruments of questionnaire. The sample consisted of 220 students of the seventh grade in the Zenica-Doboj Canton. The results show that students' attitudes are positive and the suggestion is that this type of learning system should be practiced.*

**Keywords:** *Attitudes, students, problem solving , mathematics, primary school*